$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}=\frac{0,5}{9}$$

$$\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{0,5}{12}$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{z}=\frac{0,5}{18}$$

Сложим полученные уравнения.

$$2\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=0,5\left(\frac{1}{9}+\frac{1}{12}+\frac{1}{18}\right)$$

$$\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}=\frac{0,5\cdot\frac{9}{36}}{2}=\frac{9}{36}\cdot\frac{1}{4}=$$

$$=\frac{\frac{1}{4}}{8}$$

Тогда они сделают 1 кг вместе за:

$$1:\frac{1}{8}=8 \text{ часов.}$$

Ответ: 8 часов.

№2. $(y-2)(3x-12)=5x^2-21x+9$

Выразим y:

$$y=\frac{5x^2-21x+9}{3x-12}+2.$$

ОДЗ:

$x\neq 4$

$x\neq 0,2$

$y\neq 2$

olymp.bmstu.ru

Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Схема заполнения

Для билета

Вариант задания 1

Лист работы 01 из 05

№1. Пусть: 1) София одна съест 1 кг мороженого за x минут, тогда ее ск-ть поедания $= \frac{1}{x}$; 2) Аркаша ест 1 кг за y мин, $\frac{1}{y}$; 3) Рома ест 1 кг за z мин, $\frac{1}{z}$

Составим уравнения:

$$9 \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right) = 12\left(\frac{1}{y} + \frac{1}{z}\right) = 18\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{z}\right)$$

$$\frac{9}{x} + \frac{9}{y} = \frac{12}{y} + \frac{12}{z} = \frac{18}{x} + \frac{18}{z}$$

$$\frac{9}{x} + \frac{9}{y} + \frac{18}{x} + \frac{18}{z} - \frac{12}{y} - \frac{12}{z} = 0$$

$$\frac{27}{x} - \frac{3}{y} + \frac{6}{z} = 0$$

Можно использовать оборот листа для записи решений

Т.к. данное уравнение имеет бесконечное кол-во корней, то представим x и y в виде:

$x = 3t+2$; $y = 5(t+1)$, где t - переменная, t - целое.

x	y
$3t+2$	$5(t+1)$
-7	-10
-4	-5
-1	0
2	5
5	10
8	15
...	

, но $\begin{cases} x \neq \frac{1}{5} \\ x \neq 4 \\ y \neq 2. \end{cases}$ *

Ответ: ~~Нет~~ все $x = 3t+2$ и $y = 5(t+1)$, но $\begin{cases} x \neq \frac{1}{5} \\ x \neq 4 \\ y \neq 2. \end{cases}$

Разложим на линейные мн-ли числитель дроби, который является квадратным трехчленом: $5x^2-21x+4$, найдем его корни:

$5x^2-21x+4=0$

$D=b^2-4ac=(-21)^2-4\cdot5\cdot4=441-80=$

$=361.$

$x_1=\frac{-b+\sqrt{D}}{2a}=\frac{21+19}{10}=4.$

$x_2=\frac{-b-\sqrt{D}}{2a}=\frac{21-19}{10}=0,2=\frac{1}{5}$

По лемме о кв-ом трехчлене трехчлен вида $ax^2+bx+c=0$ можно разложить на мн. мн.:

$a(x-x_1)(x-x_2)$ - если $D>0$ где x_1 и x_2 - корни

$a(x-x_1)^2$ - если $D=0$.

Тогда $5x^2-21x+4=5\cdot(x-4)(x-\frac{1}{5})=$

$=(x-4)(5x-1)$

Подставляем:

$y=\frac{(x-4)(5x-1)}{3x-12}+2=\frac{(x-4)(5x-1)}{3(x-4)}+2=$

$=\frac{5x-1}{3}+2.$ По условию x и y - целые

Можно использовать оборот листа для записи решений

№3.

Дано:

ABCD - пара-м

AB = CD = 6 см

AD = BC = 3 см.

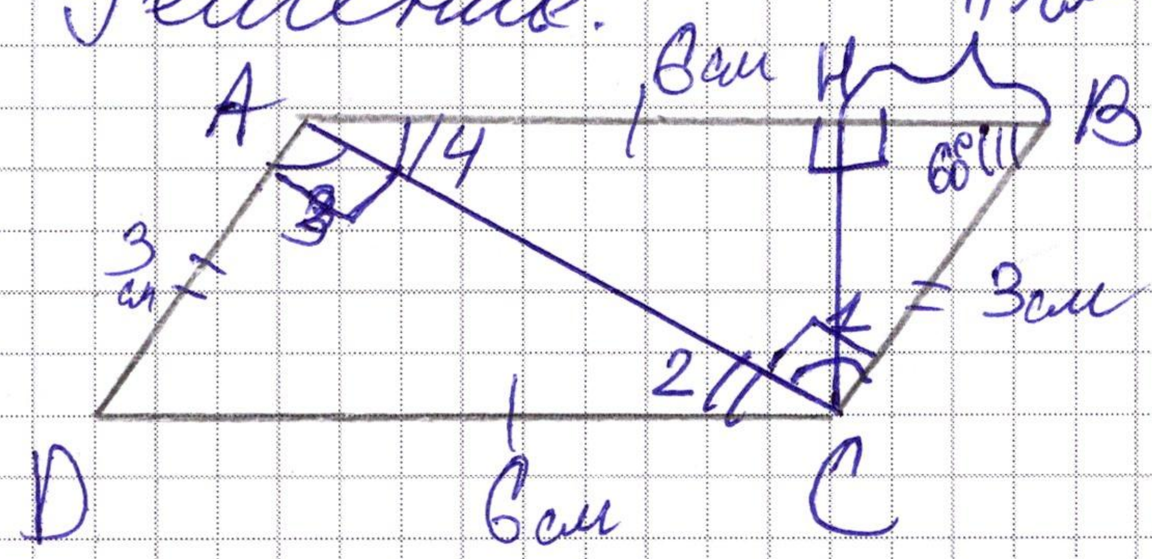
AC - диаг.

$\angle 1 : \angle 2 = 3 : 1$

Найти:

S_{ABCD} - ?

Решение:



1. Чтобы правильно отметить $\angle 1$ и $\angle 2$, вспомним, что против большей стороны в $\triangle$ лежит больший $\angle$, тогда $\angle 1$ лежит против AB, $\angle 2$ - против AD

2. $\angle 1 = \angle 3$ (накр.), т.к. AD || BC (в пара-ме ABCD) и лежат при общей секущей AC.

$\angle 2 = \angle 4$ (накр.), т.к. ABCD (в пара-ме ABCD) и лежат при общей секущей AC. Т.к. $\angle 1 : \angle 2 = 3 : 1$ и $\angle 2 = \angle 4$, то $\angle 1 : \angle 4 = 3 : 1$.

3. Рассмотрим $\triangle ABC$:

• $\frac{AB}{BC} = 2$.; $\angle 1 : \angle 4 = 3 : 1$. По св-ву

прям $\triangle$ с $\angle = 30^\circ$, против $\angle = 30^\circ$ лежит ст-ка = $\frac{1}{2}$ гипотенузы, а $\angle = 90^\circ$ и $\angle = 30^\circ$ отсекают, т.к. 3 : 1, тогда по этому св-ву $\triangle ABC$ - прям, в котором $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle BAC = 30^\circ$, $\angle ABC = 60^\circ$

4. Из вершины C проведем высоту CH, тогда $\triangle BCH$ - ~~прям~~; прям;
$\angle CHB = 90^\circ$ (по постр.), $\angle ABC = 60^\circ$ (по док-му) $\Rightarrow$
$\Rightarrow \angle BCH = 30^\circ$ по теореме $\angle\angle$ треугольника. По св-ву прям: ~~если в~~ против $\angle = 30^\circ$ в прям $\triangle$ лежит ст-ка = $\frac{1}{2}$ гип-зы, тогда $BH = \frac{1}{2} BC$.

5. Найдем CH. По т Пифагора:
$BC^2 = CH^2 + BH^2 \mid \Rightarrow CH^2 = BC^2 - BH^2 \mid \Rightarrow$
$\Rightarrow CH = \sqrt{BC^2 - BH^2}$, тогда
$CH = \sqrt{3^2 - 1{,}5^2} = \sqrt{9 - 2{,}25} = \sqrt{6{,}75}$

6. Площадь пара-ма = произведению стороны на высоту, провед. к этой стороне $\Rightarrow S_{ABCD} = CH \cdot AB = 6\sqrt{6{,}75}$ см^2 $= \sqrt{243}$ см^2. т.к. используется св-во прям $\triangle$

olymp.bmstu.ru

Его корни:

x^2+x-2

$x^2+x-2=0$

$D = b^2-4ac = 1^2-4\cdot1\cdot(-2)=9$

$x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a} = \frac{-1+3}{2}=1$

$x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a} = \frac{-1-3}{2}=-2.$

$x^2+x-2 = (x-1)(x+2)$

Подставим в модуль:

$\left|\frac{(x-1)(x+2)}{x+2}\right| = a^2+1.$

$|x-1| = a^2+1$

$a^2+1>0 \Rightarrow |x-1|>0\ (\neq 0) \Rightarrow x\neq 1.$

Рассмотрим 2 случая:

1 сл.:

$|x-1| = a^2+1$

$x-1 = a^2+1$

$x = a^2+2.$

Нужно найти $x<0$.

Т.к. a^2 и 2 >0, а $x<0$, то $x\in\varnothing$ и $a\in\varnothing$

Вариант задания 1

и 1) L, образ. диагонально и от-ки относятся 3:1, 2) стороны пара-ма в см и 3 см, то эта диагональ не может быть проведена из вершины остроух ∠.

Ответ: $\sqrt{243}_{см} = 9\sqrt{3}$ см.

№4 $\left| \dfrac{x(x^2-3)+(x+2)^2-(x^3+6)}{x+\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}-1} \right| = a^2+1.$

$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{9}\cdot\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3.$

Нужно найти такие a, что $x<0$, x-единств. решение.

Раскроем скобки в подмодульном выражении:

$$\left| \frac{x^3-3x+x^2+4x+4-x^3-6}{x+2} \right| =$$

$$= \left| \frac{x^2+x-2}{x+2} \right|.$$

Разложим квадратный трехчлен (числитель) для этого найдём

Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

2 сл.:

$|x-1| = a^2+1$

$x-1 = -(a^2+1)$

$x-1 = -a^2-1$

$x = -a^2$

Т.к. $x \neq 1$ и $x<0$, то $-a^2 \in (-\infty; 0) \Rightarrow$

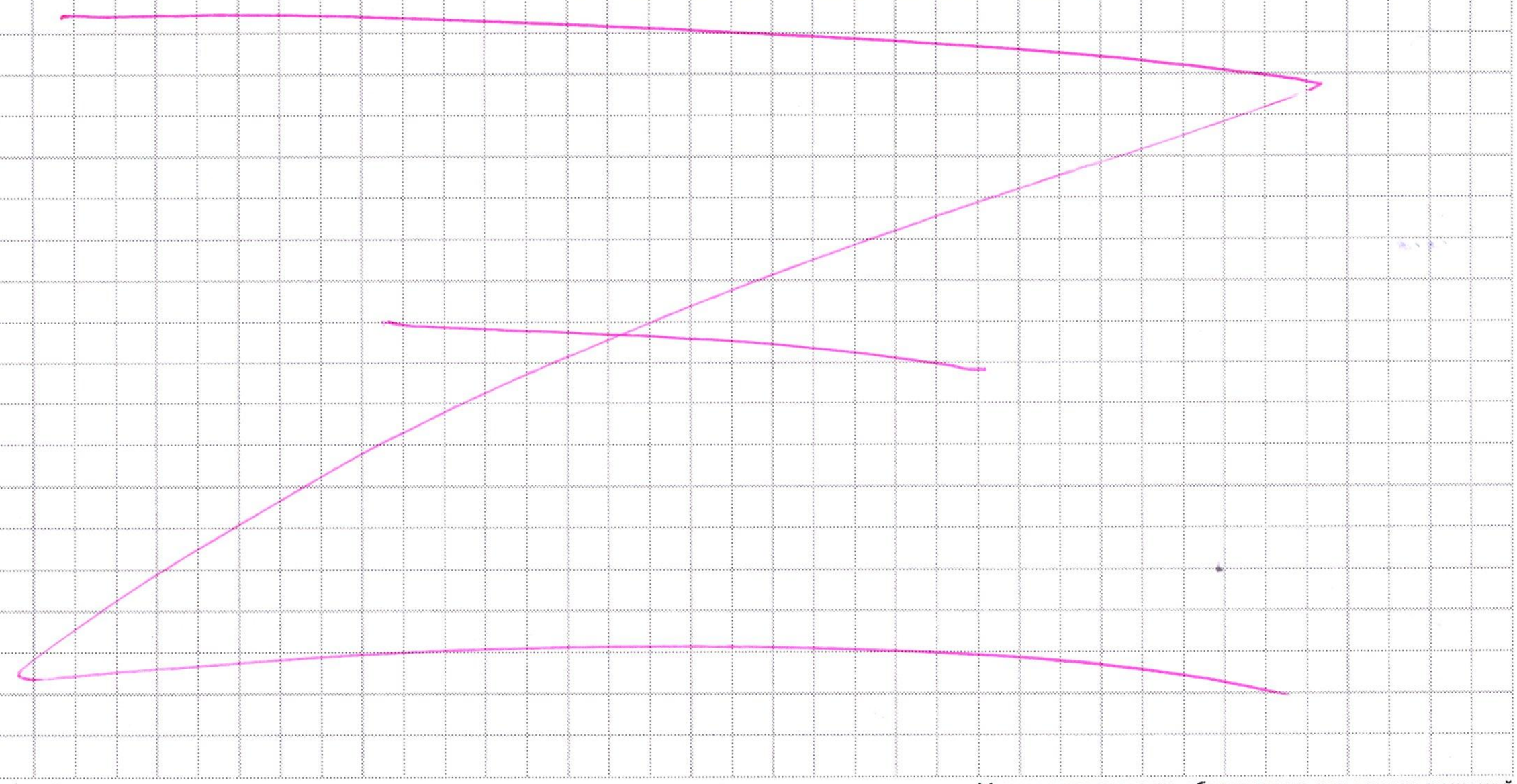
$\Rightarrow a^2 \in (0; +\infty) \Rightarrow a \in (0; +\infty$

$\Rightarrow a \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$, т.е.

a - любое, кроме 0.

Ответ: a - любое, кроме 0;
$a \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$

N



Можно использовать оборот листа для записи решений